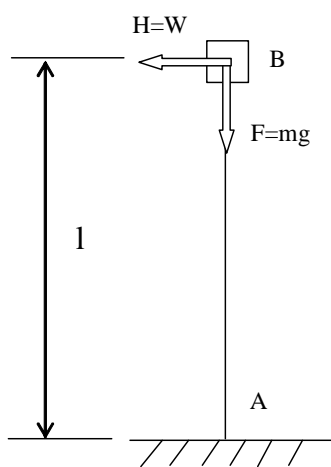


Instabilité , 1ère session 2011-2012

2/12/2011 7h45-9h45

Résumé manuscript recto-verso autorisé

Etude d'un support d'équipement de télécommunication



L'équipement de télécommunication, situé au point B, sur la figure ci-contre, a une masse m d'une tonne ; son poids est noté F , il est positionné en haut d'un mât de hauteur $l=80\text{m}$. Sur cet équipement agit également une force de vent $H=400\text{ daN}$.

On se propose de dimensionner le mât vis-à-vis du risque de flambement. Tous les éléments sont en acier. L'inertie du mât est notée I . son module d'Young E

Dans une première partie on résout le problème de façon exacte par la méthode CEI.

Dans la seconde partie on rajoutera un câble de contreventement incliné à 45° , relié au sol pour stabiliser le mat sous l'action du vent, on résoudra ce second problème par la méthode énergétique.

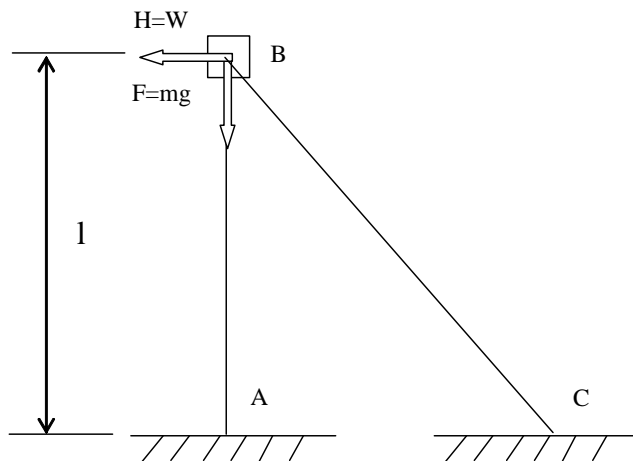
Enfin dans une troisième partie, on comparera les 2 solutions du point de vue pratique.

Partie 1 : Etude du risque de flambement du mât non contreventé par la méthode CEI.

- 1- Donner l'expression du moment fléchissant dans le mât en figuration déformée ; on notera δh le déplacement horizontal du point B.
- 2- Après avoir établi l'équation différentielle de la déformée et poser $\omega^2 = F / EI$, donner la solution générale de l'équation sans second membre
- 3- Après avoir justifié la forme de la solution particulière de l'équation complète, trouver l'expression de cette dernière en fonction de $H, F, \delta h, l \dots$
- 4- Donner la forme de la solution générale pour l'équation complète
- 5- Donner les 3 conditions aux limites permettant de trouver les paramètres de l'équation de la déformée. Donner en particulier l'expression de δh en fonction de H, l, E, I et ω .
- 6- Déterminer la valeur de ω conduisant à la divergence d'équilibre ($\delta h \rightarrow \infty$). En déduire la valeur de F_{cr} .

- 7- Lorsque F est faible, ω est lui aussi très faible et il n'y a plus de risque de flambement. Montrer que dans ce cas la valeur de $\delta \rightarrow Hl^3/3EI$. On rappelle à cet effet que : $\cos(x) = 1 - x^2/2 + \dots$ et $\sin(x) = x - x^3/6 + \dots$

Partie 2 : Etude du risque de flambement pour le mât contreventé par un câble



On rajoute un câble de section A_c et de module d'Young E . Ce câble est incliné de 45° comme indiqué sur la figure ci-contre.

Lorsque le vent souffle le nœud B se déplace vers la gauche, ce qui met en traction le câble. L'effort de traction dans le câble est fonction de son allongement Δ , de telle sorte que la force de rappel R qu'il exerce sur le point B soit $R = E.A_c.\Delta/l_c$. Avec l_c la longueur initiale du câble.

La force R est bien entendu colinéaire à AC. Le câble est incapable de reprendre un moment car son inertie est trop faible.

- 8- Si le câble est très raide, alors le point B ne peut pratiquement pas se déplacer horizontalement. Quelle est l'allure de la déformée de flambement. Quelle est alors la force de flambement dans le mât ?
- 9- Si au contraire le câble s'allonge de façon non négligeable, alors le point B peut se déplacer horizontalement. Montrer que dans ce cas une déformée de la forme $v = \delta h(x/l)^2$ est cinématiquement admissible.
- 10- Calculer l'énergie interne de flexion dans le poteau avec la déformée approchée proposée à la question précédente.
- 11- Calculer le potentiel de la force due au vent
- 12- Calculer le déplacement vertical δv du point B. En déduire le potentiel d l'effort normal « N » appliqué en tête du mat
- 13- En déduire l'allongement Δ du câble .
- 14- Calculer alors l'énergie élastique dans le câble
- 15- Déduire des calculs précédents l'effort de flambement dans le mât

3^{ème} partie Dimensionnement et comparaison des 2 solutions

- 16 - Calculer l'inertie nécessaire pour reprendre la masse m dans le configuration non contreventée.
- 17 - si le câble à une section de 1 cm^2 , quelle est la masse maximale applicable en B dans la configuration contreventée si l'on conserve l'inertie de la question précédente ?
- 18 - Quelle est la meilleure solution selon vous ?